Zamanla Değişen Özbağlanımlı Cauchy Süreçlerinin Parçacık Süzgeçleri ile Kestirimi*

Time-Varying Autoregressive Parameter Estimation of Cauchy Processes by Particle Filters*

Deniz Gençağa[1,**], *Ercan E. Kuruoğlu*[2], *Ayşın Ertüzün*[1]

[1]Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul
[2]ISTI, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Pisa, İtalya
gencagao@boun.edu.tr, ercan.kuruoglu@isti.cnr.it, ertuz@boun.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada, özbağlanım katsayıları zamanla değişen Cauchy dağılımlı olan bir işaretin parametrelerinin ardışıl olarak kestirimi için bir yöntem öne sürülmüştür. Bu amaçla, en genel hali ile Gauss ve doğrusal olmayan sistemlerde ardışıl kestirime olanak sağlayan bir Bayesçi yaklaşım olan parçacık süzgeçleri kullanılmıştır. Geliştirilen yöntem, α-kararlı bir dağılımın özbağlanım katsayılarının zamanla değiştiği durumlardaki kestirimi için önerilen ilk yaklaşım olması açısından, bu tip yapıya sahip olan işaretlerin yer alabileceği gelecekteki uygulamalar bir temel oluşturmaktadır. Geliştirilen yöntem, yavaş ve ani değişen katsayılı işaretler için test edilmiş ve başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

Abstract

In this work, a new method is proposed in order to sequentially estimate the time-varying parameters of a Cauchy distributed process. For this purpose, particle filters, which are used in non-Gaussian and nonlinear Bayesian applications, are utilised. The proposed method forms a basis for the possible future applications of the α-stable distributions with time-varying autoregressive coefficients, since it is the first method that can be used for the estimation of such coefficients. The method is tested both for abruptly and slowly changing autoregressive parameters and observed to be performing very well.

1. Giriş

Son senelerdeki bilgisayar teknolojilerindeki gelişmelere paralel olarak, parçacık süzgeçlerinin haberleşme, astrofizik, biyomedikal, finans gibi çok çeşitli alanlarda kullanımı yaygınlaşmaya başlamıştır [1]. En genel hali ile, parçacık süzgeçleri, Gauss ve doğrusal olmayan durum-uzay denklemleri ile modellenen sistemlerde, en iyi Bayes çözümünü çoğunlukla mümkün kılmaktadır [1,2]. Parçacık süzgeçlerinin, yine Gauss ve doğrusal olmayan sistemlerde Bayes çözüm olanağı sunan bir başka yöntem grubu olan Markov Zinciri Monte Carlo (MZMC) [3] metodlarına göre üstünlüğü, durağan olmayan işaretler için, ardışıl kestirime olanak vermesidir. Durağan durumlarda, Cauchy dağılımının da içinde bulunduğu α-kararlı işaretler için parametre kestirimi, MZMC yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir [4]. Literatürde [5-6], parçacık süzgeçlerinin, Gauss karışımı veya Laplace dağılımı gibi Gauss olmayan dağılımlı gözlem gürültüleri altında modellenen sistemlerde, zamanla değişen özbağlanım katsayılarını başarıyla kestirebildiği bilinmektedir. Bu noktadan hareketle, bu çalışmada, Gauss olmayan α-kararlı dağılıma sahip ve zamanla değişen özbağlanım katsayılarına sahip olan süreçlerin parametre kestirimindeki literatürde yer alan boşluğun doldurulabilmesi için yeni bir yöntem geliştirilmiştir.

Bildiri şu bölümlerden oluşmaktadır: Öncelikle, çözülmeye çalışılan problem modeli verilip, burada bahsi geçen α-kararlı dağılımlar için kısa bir giriş yapılmış, ilerleyen bölümlerde parçacık süzgeçleri ve bunların geliştirilen yöntemdeki kullanılış şekli hakkında bilgi verilmektedir. Son bölümde, sunulan metodun başarımı bilgisayar simülasyonları ile desteklenmektedir.

1.1. α-Kararlı Süreçler

Literatürde Gauss dağılımlı işaretler için oldukça iyi bilinen Merkezi Limit Teoremi gereği, birçok farklı dağılıma sahip rasgele değişkenlerin toplamı, toplanan değişken sayısının sonsuza gitmesi durumunda Gauss dağılımına yaklaşmaktadır. Öte yandan, buradaki toplanan değişkenlerin değişintilerinin sonlu olması koşulu şarttır. Aksi halde, Merkezi Limit Teoremi yetersiz kalmakta ve Genelleştirilmiş Merkezi Limit Teoreminin kullanılması gerekmektedir [7]. Burada toplanan ve sonsuz değişintiye sahip olan değişkenler ise α-kararlı olarak tanımlanmaktadır. α-kararlı dağılımlar aşağıda gösterilen karakteristik fonksiyonları ile tanımlanmaktadır:

$$\varphi(t) = \exp\left\{ j\delta t - \gamma |t|^{\alpha} \left[1 + j\beta\, sign(t)\, \omega(t,\alpha) \right] \right\} \quad (1a)$$

Burada, parametrelerin tanım aralıkları şöyledir:
$-\infty < \delta < \infty, \quad \gamma > 0, \quad 0 < \alpha \leq 2, \quad -1 \leq \beta \leq 1$

$$\omega(t,\alpha) = \begin{cases} \tan\dfrac{\alpha\pi}{2} & if \quad \alpha \neq 1 \\ \dfrac{2}{\pi}\log|t| & if \quad \alpha = 1 \end{cases} \quad (1b)$$

$$sign(t) = \begin{cases} 1 & if \quad t > 0 \\ 0 & if \quad t = 0 \\ -1 & if \quad t < 0 \end{cases} \quad (1c)$$

*Bu çalışma kısmen TÜBİTAK-CNR 102E027 no'lu proje kısmen de Boğaziçi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri *04A201* no'lu proje kapsamında desteklenmektedir.
**Araştırmacı ISTI-CNR'daki çalışmaları süresince NATO-TÜBİTAK A2 bursu tarafından desteklenmiştir.

Yukarıda gösterildiği gibi, α-kararlı bir dağılımı belirleyen dört parametre vardır. Bunlardan α ile β ilgili dağılımın şeklini belirleyen parametreler olup, α kuyrukların kalınlığı, β da simetri ile ilgilidir. α küçüldükçe, daha dürtülü bir dağılım elde edilmektedir. γ ve δ da ortalama ve bunun etrafındaki yayılımı kontrol etmektedir. α-kararlı dağılımların karakteristik fonksiyonları üzerinden tanımlanmalarının nedeni, çok sınırlı durumlar haricinde (α=2 Gauss, α=1 Cauchy, α=0.5 ve β=-1 Pearson) olasılık yoğunluk fonksiyonlarının (oyf) analitik olarak elde edilememesidir [7].
Bilindiği gibi, özbağlanımlı süreçler, herhangi bir beyaz rasgele sürecin tüm-kutuplu (all-pole) bir süzgeçten geçirilmesi neticesinde elde edilirler. Böyle bir sürece ilişkin fark denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{K} x_k(t)\, y(t-k) + v(t) \qquad (2)$$

Yukarıda, $x_k(t)$ parametreleri özbağlanım parametreleri olarak adlandırılır. v(t) ile gösterilen süreç ise, "sürücü süreç" olarak adlandırılır. Özbağlanımlı süreçlerin sürücü süreçlerinin Gauss dağılımlı olması durumunda, gözlemlenen y(t) sürecinden özbağlanım katsayılarının kestirimi literatürde oldukça iyi bilinen Yule-Walker gibi yöntemler ile kolayca gerçekleştirilebilir [8]. Sürücü sürecin α-kararlı olması durumunda ise literatürde, Özyineli Tekrardan Ağırlıklandırılmış En Az Kareler (Iteratively Reweighted Least Squares) [9], Genelleştirilmiş Yule-Walker [10] ve MZMC tabanlı [4] yöntemler önerilmiştir. Ancak, tüm bu yöntemlerde, ele alınan özbağlanım katsayılarının zamanla değişmeyen bir yapıda oldukları varsayılmıştır. Bu çalışmada ise, bunların zamanla değişmesi durumu ele alınmaktadır. Bu amaçla kullanılan parçacık süzgeçlerine ilişkin teori bir sonraki bölümde verilmektedir.

1.2. Parçacık Süzgeçleri

Parçacık süzgeçleri, en genel hali ile Gauss olmayan işaretlere ilişkin doğrusal olmayan bir durum-uzay denklem kümesiyle modellenebilen sistemlerde, ardışıl olarak gelen gözlem verisi üzerinden, daha önceden belirlenmiş olan bir önsel dağılımın güncellenmesi esasına dayanır. Bu sayede, arka planda saklı durumda olan durum değişkenleri hakkındaki önsel bilgi, belirli kurallar çerçevesinde sonsal bilgiye dönüştürülür. Bahsi geçen durum-uzay denklem sistemi aşağıdaki gibi modellenebilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= f_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \\ \mathbf{y}_t &= h_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{n}_t) \end{aligned} \qquad (3)$$

Yukarıdaki eşitlikte, x_t saklı durum değişkenini, y_t gözlemi, v_t ve n_t de sırasıyla, süreç ve gözlem gürültülerini temsil etmektedir. f_t ile h_t de sırasıyla, süreç ve gözlem fonksiyonları olup, bunlar en genel halde doğrusal değildirler. (3)'de yer alan gürültü süreçleri de Gauss değildirler. Buradaki amaç, t anında, saklı olan durum değişkenlerinin, o ana kadar gözlenen veri üzerinden sonsal dağılımı olan $p(\mathbf{x}_{0:t} \mid \mathbf{y}_{1:t})$ yi elde etmektir. Eğer süreç ve gözlem gürültüleri Gauss, f_t ile h_t fonksiyonları da doğrusal olarak alınırsa, bulunmak istenen sonsal dağılım da Gauss dağılımlı olur ve tüm oyk yerine ortalama ve değişintiyi ardışıl olarak bulmak yeterli olur. Bu özel durumda, aranan en iyi çözüm Kalman süzgeci ile bulunabilir [11]. Bu durumda, (3) aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{F}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{v}_t \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{n}_t \end{aligned} \qquad (4)$$

Yukarıdaki durum-uzay denklem sisteminde F ve H doğrusal fonksiyonlar olup, gürültüler Gauss dağılımlıdır. Hem (3), hem de (4) ile verilen sistemlerde, sonsal dağılım için en iyi Bayesçi çözüm aşağıdaki gibi verilir [1-2]:

$$p(\mathbf{x}_{0:t} \mid \mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{y}_t \mid \mathbf{x}_t)\, p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{x}_{t-1})}{p(\mathbf{y}_t \mid \mathbf{y}_{t-1})}\, p(\mathbf{x}_{0:t-1} \mid \mathbf{y}_{1:t-1}) \qquad (5)$$

(4)'de bahsedilen doğrusal ve Gauss sistemde, (5) ifadesini, elde etmek için aşağıdaki oyf tanımları kullanılabilir:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_{t-1} \mid \mathbf{y}_{1:t-1}) &= N(\mathbf{m}_{t-1|t-1}, \mathbf{P}_{t-1|t-1}) \\ p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{y}_{1:t-1}) &= N(\mathbf{m}_{t|t-1}, \mathbf{P}_{t|t-1}) \\ p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{y}_{1:t}) &= N(\mathbf{m}_{t|t}, \mathbf{P}_{t|t}) \end{aligned} \qquad (6)$$

Burada, N(**m**,**P**); **m** ortalamalı, **P** ortak değişinti matrisli Gauss dağılımını simgelemekte olup, (4) ile verilen sistem için (5)'teki sonsal dağılıma ilişkin ortalama ve değişinti matrisi, aşağıda verilen Kalman denklemleri ile bulunabilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{t|t-1} &= \mathbf{F}_t \mathbf{m}_{t-1|t-1} \\ \mathbf{P}_{t|t-1} &= \mathbf{Q}_{t-1} + \mathbf{F}_t \mathbf{P}_{t-1|t-1} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{m}_{t|t} &= \mathbf{m}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{m}_{t|t-1}) \\ \mathbf{P}_{t|t} &= \mathbf{P}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t|t-1} \\ \mathbf{S}_t &= \mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t \\ \mathbf{K}_t &= \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{S}_t^{-1} \end{aligned} \qquad (7)$$

Yukarıda, $(.)^T$ ilgili matrisin devriğini simgelemekte olup, $\mathbf{m}_{t|t-1}=E[\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t-1}]$, $\mathbf{P}_{t|t-1}=E[\mathbf{x}_t\mathbf{x}_t^T|\mathbf{y}_{1:t-1}]$ ile tanımlanmaktadır. E[.] de beklenen değer operatörüdür. Ayrıca süreç ve gözlem gürültüleri sıfır ortalamalı ve sırasıyla, $\mathbf{Q}_t$ ve $\mathbf{R}_t$ ortak değişinti matrislidir.
Gauss olmayan durumlarda, elimizdeki dağılımlara ilişkin analitik bir ifade olmadığı için, dağılımlar aşağıdaki gibi, dağılımdan rasgele örnekleme yapmak suretiyle elde edilir ve bu örneklere de parçacık denir:

$$p(\mathbf{x}_{0:t} \mid \mathbf{y}_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^{N} w_t^i \delta(\mathbf{x}_{0:t} - \mathbf{x}_{0:t}^i) \qquad (8)$$

Burada N tane parçacık kullanılmış olup, δ(.) ise Kroneker-delta operatörünü ve $\mathbf{x}_{0:t}^i$, i=1,...,N tane parçacığı simgelemektedir. Bu sonsal dağılım elde edilebildiği takdirde, durum değişkenlerine ilişkin herhangibir kestirimi bulmak kolaylaşır. Örnek olarak, durum değişkenlerinin en genel hali ile aşağıda verilen kestiriminde $f(\mathbf{x}_{0:t})=\mathbf{x}_{0:t}$ alınırsa, Minimum Ortalama Karesel Hata (MOKH) kestirimi elde edilir:

$$I(f_t) = \int f(\mathbf{x}_{0:t})\, p(\mathbf{x}_{0:t} \mid \mathbf{y}_{1:t})\, d\mathbf{x}_{0:t} \qquad (9)$$

Buradaki asıl problem, analitik olarak ifade edilemeyen Gauss olmayan dağılımdan parçacıkları örneklemek ve (9) ile gösterilen integrali Monte Carlo integrasyon yöntemleri ile aşağıdaki gibi hesaplamaktır.

$$\hat{I}_N(f_t) = \sum_{i=1}^{N} f_t(\mathbf{x}_{0:t}^i)\tilde{w}_t^i \qquad (10)$$

Yukarıdaki eşitlikte, $\tilde{w}_t^i$ katsayılarına normalize edilmiş ağırlıklar denip, aşağıdaki gibi ifade edilirler:

$$\hat{w}_t^i = \frac{w_t^i}{\sum_{i=1}^{N} w_t^i}, \quad i = 1, \ldots, N \qquad (11)$$

(8) ve (10)'da yer alan parçacıklar "Önem Örneklemesi" (importance sampling) denen bir yöntemle çekilir ve herbiri için bir yukarıda w_t^i ile gösterilen "Önem Ağırlığı" (importance weight) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$w_t^i \propto \frac{p(\mathbf{x}_{0:t}^i \mid \mathbf{y}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_{0:t}^i \mid \mathbf{y}_{1:t})} \qquad (12)$$

Burada yer alan q(.) fonksiyonuna "önem fonksiyonu" (importance function) denir ve bundan örnekleme yapmak, orijinal oyf.'na göre daha kolaydır [1-2]. Yalnız (12)'deki önem örneklemesi, toplu halde işleme (batch processing) tekniklerinde kullanılabilir ve buradaki gibi ardışıl (sequential) işleme teknikleri için aşağıdaki gibi modifiye edilir:

$$w_t^i \propto w_{t-1}^i \frac{p(\mathbf{y}_t \mid \mathbf{x}_t^i)\, p(\mathbf{x}_t^i \mid \mathbf{x}_{t-1}^i)}{q(\mathbf{x}_t^i \mid \mathbf{x}_{0:t-1}^i, \mathbf{y}_{1:t})} \qquad (13)$$

Ancak, önem örneklenmesinin bu şekilde ardışıl hale gertirilmesinden dolayı "yozlaşma" (degeneracy) denilen olay gerçekleşir ve tek bir parçacık dışında, diğerlerinin önem ağırlıkları sıfıra yakınsar [1-2]. Yozlaşma probleminden kurtulmak için "Tekrar Örnekleme" (Resampling) denilen ikinci bir işlem yapılır ve bu sayede, ağırlığı yüksek olan parçacıklar kopyalanır, önemsiz parçacıklar ise atılır.

2. Yöntem

Bu çalışmada, (2)'de belirtilen x özbağlanım katsayılarının, gözlem verisi olan y'lerden ardışıl olarak kestirimine çalışılmaktadır. Bu amaçla, özbağlanım katsayıları parçacıklar cinsinden ifade edilerek, sistem (3)'deki gibi bir durum-uzay denklem sistemi ile ifade edilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{v}_t \\ y_t &= \mathbf{y}_t^T \mathbf{x}_t + n_t \end{aligned} \qquad (14)$$

Burada $\mathbf{y}_t=(y_{t-1},\ldots\ldots\ldots,y_{t-K})^T$ ve $\mathbf{x}_t=(x_1(t),\ldots\ldots,x_K(t))^T$ ile ifade edilmiştir. Yalnız, sistemi doğru olarak modelleyebilmek için, (14)'deki süreç denkleminin (ilk denklem) gürültüsünün istatistiklerinin bilinmesi gerekmektedir. Burada, durum geçiş denklemine (süreç denklemi) ilişkin önsel bir bilgimiz olmadığı için, durum geçiş matrisi, birim matris olarak alınmıştır. Ancak, buradaki gibi model hakkında önsel bilginin olmadığı sistemlerde, süreç gürültüsünün de modellenebilmesi için, bir kestirim yöntemi kullanılmalıdır. Bu amaçla, süreç denklemine ilişkin önsel olarak fonksiyonel bir bağıntının olmadığı durumlarda, [5-6]'da önerilen yöntem kullanılabilir. Burada, süreç gürültüsünün değişintisi, geçmiş anlardaki özbağlanım katsayılarına ilişkin parçacıkların değişintisinden aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\sigma_{v(t)}^2 = \sigma_{x(t-1)}^2 \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \qquad (15)$$

Buradaki λ katsayısı "unutma faktörü" olarak adlandırılır ve sıfır ile bir arasında bir değer alır. Matrisel durumlarda, (t-1) anındaki özbağlanım katsayılarının değişintilerinden oluşan köşegen matris kullanılmak suretiyle, (15) aşağıdaki gibi ifade edilir [5-6]:

$$\Sigma_{v(t)} = \Sigma_k \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \qquad (16)$$

Buradaki Σ_k yukarıda bahsedilen köşegen matristir.
Bu şekilde, durum-uzay denklem sistemimizi belirledikten sonra, parçacıkların çekileceği önem fonksiyonu seçilir. Bu çalışmada, önem fonksiyonu olarak, özbağlanım katsayılarına ilişkin "Önsel Geçiş Fonksiyonu" (a priori transfer function) $q(\mathbf{x}_t^i \mid \mathbf{x}_{0:t-1}^i, \mathbf{y}_{1:t}) = p(\mathbf{x}_t^i \mid \mathbf{x}_{t-1}^i)$ seçilmiştir. Bu durumda, (13) ile verilen, herbir parçacık için önem ağırlığı hesabı aşağıdaki şekilde verilebilir [1-2, 5-6]:

$$w_t^i \propto w_{t-1}^i\, p(y_t \mid \mathbf{x}_t^i) \qquad (17)$$

Bu ifadede yer alan $p(y_t \mid \mathbf{x}_t^i)$, i. parçacık için olabilirlik (likelihood) fonksiyonunun hesaplanması ile elde edilir.
En genel halde, α-kararlı dağılıma sahip olan (14)'deki gözlem denkleminde, bu fonksiyon analitik olarak tanımli değildir. Yalnız, Cauchy dağılımı için bu tanımlı olup, standard Cauchy dağılımı ($\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 1, \delta = 0$)için aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$w_t^i \propto w_{t-1}^i \frac{1}{\pi\left(1 + (y_t - \mathbf{y}_t^T \mathbf{x}_t^i)^2\right)} \qquad (18)$$

Ancak, bu özel hal dışında, standard bir olabilirlik fonksiyonu, α-kararlı dağılımın karakteristik fonksiyonun ters Fourier dönüşümünün aşağıdaki ifadesinin sayısal yöntemlerle hesabı sonucu gibi hesaplanabilir:

$$p(y_t \mid \mathbf{x}_t^i) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \exp(-t^{\alpha}) \cos\left[\left(y_t - \mathbf{y}_t^T \mathbf{x}_t^i\right)t + \beta t^{\alpha}\omega(t,\alpha)\right]dt \qquad (19)$$

3. Deneyler

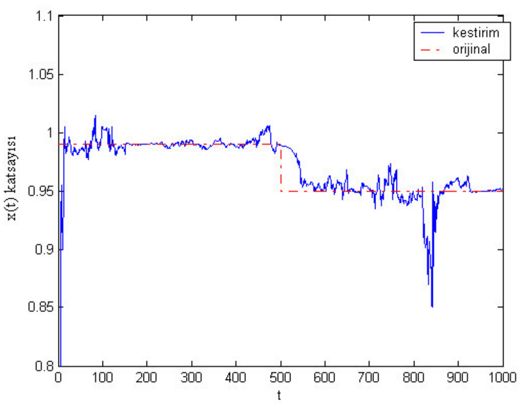
Bu çalışmada, sürücü süreci standard Cauchy dağılımlı ($\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 1, \delta = 0$) olan, birinci mertebeden özbağlanımlı ve aşağıdaki gibi ifade edilen bir sürecin özbağlanım katsayılarının kestirimi gerçekleştirilmiştir.

$$y(t) = x(t)\,y(t-1) + n(t) \tag{20}$$

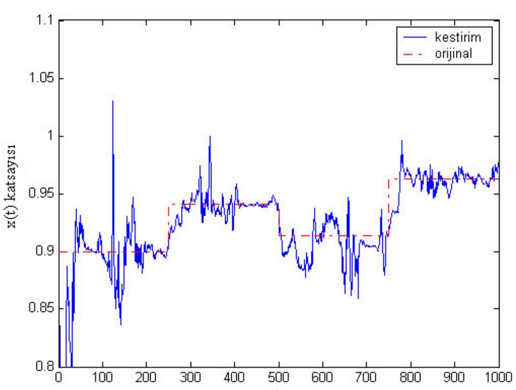
Yukarıda, özbağlanım katsayıları x(t) ile gösterilmiş olup, bunların aşağıda belirtilen üç durumdaki kestirimi gerçekleştirilmiştir:

a) x(t) katsayısı 0.99 sabit değerinde iken, t=500 anında 0.95 değerine aniden geçiyor.
b) x(t)=0.99(1+r(t)) şeklinde, [0,0.1] arasında düzgün dağılımlı bir rasgele değişkene bağlı olarak ani atlamalar yaparak zamanla değişiyor.
c) x(t) sinüsoidal olarak zamanla değişiyor.

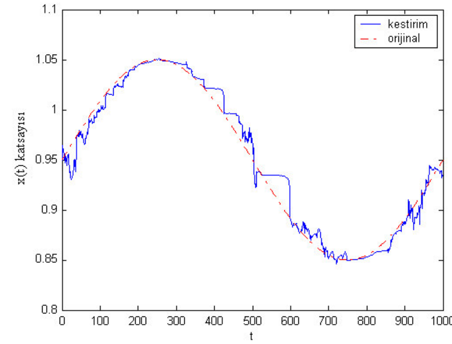
Yukarıdaki üç senaryo, 2000 tane parçacıkla, λ=0.9 değeri kullanılarak gerçekleştirilmiş ve sırasıyla Şekil 1-3'de gösterilmiştir.



Şekil 1: Özbağımlı süreç parametresinin kestirimi Parametre t=500 anında aniden değişmektedir.



Şekil 2: Özbağımlı süreç parametresinin kestirimi Parametre rastgele değişmektedir.



Şekil 3: Özbağımlı süreç parametresinin kestirimi Parametre sinüsoidal olarak zamanla değişmektedir.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada, özbağlanım katsayıları zamanla değişen α-kararlı Cauchy süreçlerin parametrelerinin ardışıl olarak kestirimi için bir yöntem geliştirilmiş ve yapılan deneyler sonucunda başarılı olduğu görülmüştür. Geliştirilen yöntem, bu tip uygulamalar için ilk olup, gelecekteki α-kararlı süreçlerin zamanla değişen parametrik kestirimlerinin gerekli olduğu uygulamalar için temel oluşturmaktadır. Burada geliştirilen yöntemin, en genel halde α, β, γ, δ parametrelerinin değiştiği haller için de incelenmesi, gelecekte yapılacak olan bir araştırmanın da temelini oluşturmaktadır.

5. Kaynakça

[1] Doucet A., de Freites N., Gordon N., Sequential Monte Carlo Methods in Practice, Springer, 2001.

[2] Doucet A., Godsill S., Andrieu C., On Sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering, Statistics and Computing, (2000), 10, 197-208.

[3] Robert C., Casella G., Monte Carlo Statistical Methods, Springer, 1999.

[4] Godsill S., Kuruoğlu E. E., Bayesian Inference for Time Series with Heavy-Tailed Symmetric α-Stable Noise Processes, Heavy Tails'99, Applications of Heavy Tailed Distributions in Economics, Engineering and Statistics, Haz. 3-5, 1999, American University, Washington D.C., ABD.

[5] Djuric P. M., Kotecha J. H., Esteve F., Perret E., Sequential Parameter Estimation of Time-Varying Non-Gaussian Autoregressive Processes, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2002:8, 865-875.

[6] Djuric P. M., Kotecha J. H., Tourneret J. Y., Lesage S., "Adaptive Signal Processing by Particle Filters and Discounting of Old Measurements", Proc. IEEE Conf. Acous., Speech, Signal Proc. , Salt Lake City, ABD, 2001.

[7] Samorodnitsky G., Taqqu M. S., Stable Non-Gaussian Random Processes, Stochastic Models with Infinite Variance, Chapman & Hall, 1994.

[8] Haykin S., Adaptive Filter Theory, Prentice-Hall, 1996.

[9] Kuruoğlu E. E., Rayner P., Fitzgerald W., Least L_p Norm Estimation of Autoregressive Model Coefficients of Symmetric α-Stable Processes, IEEE Signal Proc. Letters, vol. 4, no. 7, Temmuz 1997.

[10] Nikias C. L., Shao M., Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications, Prentice-Hall, 1995.

[11] Anderson B. D., Moore J. B., Optimal Filtering, Prentice-Hall, 1979.