

Taşıyıcı Robotların Algılama Belirsizliğinde Parçacık Süzgeç Başarım Analizi

Halûk Bayram¹, Ayşın Ertüzün², H. Işıl Bozma²

Akıllı Sistemler Laboratuvarı

¹ Sistem ve Kontrol Mühendisliği

² Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul

hbayram@boun.edu.tr, ertuz@boun.edu.tr, bozma@boun.edu.tr

Özetçe

Bu bildiri, geometrik olarak sadeleştirilmiş yerleştirme probleminin hatalı algısal veri durumu incelenmektedir. Senaryoda, 2 boyutlu çalışma ortamında bir robot ve taşınacak parçalar vardır. Robotun ve/veya parçaların gerçek ve ölçülen konum bilgileri arasındaki fark robot hareketinin düzensiz olmasına veya çarpışmalara yol açabilmektedir. Bu yüzden, robot ve parçaların konum bilgilerini yani durum bilgilerini yüksek dereceden doğrusal olmayan sistemi göz önünde tutarak kestirmek gerekmektedir. Çözüm parçacık süzgeç (PS) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. PSler doğrusal olmayan ve/veya gauss olmayan ortamlarda özyineli Bayeşi süzgeci gerçekler. Parçaların modelleri doğrusal olduğundan parçalar için yaklaşım Kalman süzgecine dönüşür. İlk olarak, robotun dinamik modeli ve ölçüm modeli algısal verideki hataları içerecek şekilde düzenlenmiş, sonra konum kestirimini iyileştirebilmek için PS kullanılmıştır. Robot hareketindeki düzelmeler ve çarpışma sayısındaki düşüş bilgisayar deneyleriyle doğrulanmıştır. Cramer-Rao alt sınır kullanılarak sistemin kuramsal olarak da başarımı ölçülmüştür.

1. Giriş

Bu bildiri yerleştirme problemini [1] -geometrik sadeştirmeler yaparak [2] ve algısal bilginin tam doğru olmadığını kabul ederek - ele almaktadır. Bu senaryoda, iki boyutlu çalışma ortamında disk şeklinde bir robot ve bu robot tarafından hareket ettirilecek parçalar bulunmaktadır. Robotun görevi tüm parçaları istenilen hedef konumlara yerleştirme olarak tanımlanmıştır. Parçalara dışarıdan bir müdahale olmayacağı garantisiz olduğundan, robotun tepkin bir strateji uygulaması gerekmektedir. Yapay potansiyel işlevlere dayanan geribeslemeli olay-güdümlü bir yaklaşım [2]'de gösterilmiştir. Bu biçimsel algoritma iki varsayım üzerine kurulmuştur : robot (i) tüm parçaların konum bilgilerine, ve (ii) kendi eklem pozisyon bilgilerine tam olarak sahiptir. İyi bilindiği üzere, gerçek uygulamalarda, algısal ölçümler optik kodlayıcılardan ve kamera tabanlı görme sisteminden geri beslendiğinden - bu bilgiler algısal hatalara sebep olabilir - yapılan varsayımlar gerçekle örtüşmeyebilir. Robotun gerçek ve ölçülen konum bilgileri arasındaki fark düzgün olmayan hareketlere ve hatta çarpışmalara yol açabilir. Bu nedenle, robot bahsettiğimiz durumdaki gibi sadece ham algısal veriye bağlı olarak çalışamaz,

ve konum bilgisini kestirmesi gerekmektedir. Bu bildirinin katkısı algısal hatayı göz önüne alarak PSler ile yapay potansiyel işlevlere dayanan tepkin stratejileri tümlenmektedir.

1.1. İlgili Çalışmalar

Tepkinliği sağlayabilmek için yapay potansiyel işlevlere dayanan bir yaklaşım [3] ve [4]'de gösterilmiştir. Fakat, yapıları istenmeyen yerel minimadan olumsuz etkilendiğinden ve bundan dolayı istenilen hedef konumlara yakınsamayı garanti edemediğinden kullanımları sınırlı kalmıştır. Devamı olan bir çalışmada, dikkatle oluşturulmuş işlevler sayesinde bu olumsuzluğun üzerinden gelinebileceği gösterilmiştir. Gezinim işlevlerin global yakınsama özelliklerinin olduğu gösterilmiş ve [5]'de hareket etmeyen engeller arasında robot gezinim durumu için bu özellikli bir yapı sunulmuştur. Yaklaşım, sonra, doğrusal parça taşıma ve tekrar-düzenleme problemleri için genelleştirilmiştir. Bir geribesleme kontrol birimi ailesi içinde ardışık anahtarlamalar yaparak, yakınsamanın veya sonlandırmanın sağlanabileceği bir plan oluşturulabilmektedir [6]. İki boyutta gerçek bir uygulama, [2]'de verilmiş ve değişken ortamlarda bu yaklaşımın kararlılığı gösterilmiştir. Ancak yapılan tüm çalışmalarda algısal bilginin gürültüsüz ve dolayısıyla hatasız olduğu varsayımı yapılmıştır.

Halbuki robot uygulamalarının çoğunda, algılayıcıların doğal özelliklerinden dolayı gürültülü veri iletirler. Dolayısı ile, gürültüye karşı dayanıklılık önemli bir meseledir. Dinamik sistemin durumlarını kestirebilmek için olasılıksal bir yaklaşım olarak PSler ileri sürülmüştür. Yüksek derece doğrusal olmayan problemler içinde bu yaklaşım kullanılmıştır [7], [8]. Ardışık önem tekrar örnekleme (SIR), Yardımcı önem tekrar örnekleme (ASIR) ve Düzenlenmiş Parçacık süzgeci (RPF) gibi birkaç değişik şekilde PSler ardışık önem örnekleme (Sequential importance sampling- SIS) algoritmalarının genel bir çatısı altında tanıtılmışlardır [9]. Robot problemlerine uygulamaları bir çok araştırmacı tarafından incelenmiştir [10], [11], [12]. [13] ve [14] çalışmalarımızda PSlerin parça taşıma problemlerine uygulaması yapılmıştır. Farklı gürültü ve görev zorluğu senaryolarında yapılan benzetim sonuçlarına göre robot hareketinde ve çarpışma sayısında önemli iyileşmeler elde edilmiştir. Bu çalışmamızda, elde edilen iyileşmenin Cramer-Rao alt sınırı kullanarak, kuramsal analizi sunulmaktadır.

1.2. Problem Tanımı

Hareket yeteneğine sahip bir robot iki boyutlu bir çalışma alanında hareket kabiliyeti olmayan parçalar ile birlikte bulunmaktadır. Ölçüm gürültüsünden dolayı tüm konum bilgileri hatalı olarak elde edilebilmektedir. Robot, bu hatalı veriyeye dayanarak, bir parçayı taşımak için seçecek, tüm parçalar hedef konumlara yerleştirilene kadar, parça taşıma işlemi devam edecektir.

1.3. Yöntem

Yöntemimiz geribeslemeli olay güdüm yaklaşımının PS ile tümleştirilmesine dayanmaktadır. İlk olarak, robotun dinamik modeline algı hataları dahil edilmiştir. Sonra, robotun ve parçaların iyileştirilmiş konum kestirimlerini elde etmek için PS kullanılmıştır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu (oyf) kullanarak robotun konumu güncellenmektedir. Parçalar kendileri sabit olduklarından, PS Kalman süzgecine indirgenebilir. Bu Kalman süzgeç ile parçaların da konum kestirimleri iyileştirilmektedir.

2. Geribesleme Olay Güdümlü Parça Taşıma

Geribesleme olay güdümlü parça taşımanın matematiksel biçimi şöyledir [2]: Her parça $i \in P = \{1, \dots, p\}$, $p \in \mathbb{Z}^+$, merkez $b_i \in \mathbb{R}^2$ ve yarıçap $\rho_i \in \mathbb{R}$ bilgisi ile tanımlanır. Tüm parçaların durum vektörü $b \in \mathbb{R}^{2p}$, $b = \sum_{i \in P} b_i \otimes e_i$ olarak tanımlanır. $e_i \in \mathbb{R}^p$ birim vektörlerdir. Robotun amacı herbir parçayı $g_i \in \mathbb{R}^2$ hedef konumuna ulaştırmaktır. Tüm hedef konumlarını içeren vektör $g \in \mathbb{R}^{2p}$, $g = \sum_{i \in P} g_i \otimes e_i$ olarak belirtilir. Robot merkez $r \in \mathbb{R}^2$, tutucunun x eksenini ile yaptığı açı θ ve yarıçap $\rho_r \in \mathbb{Z}^+$ bilgileri ile nitelendirilir. Genişletilmiş robot durum vektörü $r_a = [r \ \theta]^T$ 'dir. Problem aşağıdaki kurallar ile çözülmüştür:

- Herbir parça için, iki aşamalı bir altgörev atanır : i) *parça-eşle*: Robot parçayı almaya gidiyor, ii) *parça-taşı*: Robot parçayı hedef konuma taşıyor.
- Aynı anda bir altgörev işletilir.
- Altgörevler birbirleriyle yarışır haldeler ve robot aciliyet ölçütüne göre bir altgörev seçer.

2.1. Parça Eşleme

Eşleme kontrol kuralları $\varphi_i : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$, $\forall i \in P$ düzgün skaler değerli eşlemlerin derlemi ile tanımlanır. Her φ_i şeklinde tanımlanır:

$$\varphi_i(r, b) = \frac{\gamma_i^{k_2}(r, b)}{\beta_r(r, b)}$$

$\gamma_i : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ robot ile parça i arasındaki öklid uzaklığının karesidir. $\beta_i : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ engel fonksiyonu $\beta_i(r, b) = \prod_{i \in P} \|r - b_i\|^2 - (\rho_r - \rho_i)^2$, $\forall i \in P$ olarak tanımlanır. $k_2 \in \mathbb{Z}^+$ sabit değeri uygun şekilde seçilmiş pozitif bir tamsayıdır. Robotun parça i 'ye hareketi aşağıdaki dinamik sistem ile yönlendirilmektedir:

$$\dot{r} = -D_r \varphi_i(r, b)$$

2.2. Parça Taşıma

Robot parça i 'yi eşlediği zaman, robot-parça birleşik yapısı genişletilmiş uzayda, $SE(2)$, tek bir vücut gibi hareket eder. Parça i 'in konum vektörü b_i , genişletilmiş durum vektörüne r_a bağlı olarak $b_i = r + d \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$ şeklinde tanımlanır - d robot ile eşlenmiş parça arasındaki eşleşme uzaklığıdır.

Kontrol kuralları $\psi_i : SE(2) \times \mathbb{R}^{2p-2} \rightarrow \mathbb{R}$, $\forall i \in P$ düzgün skaler değerli eşlemlerin derlemi ile tanımlanır:

$$\psi_i(r_a, \bar{b}_i) = \frac{\gamma_i^{k_3}(r_a, \bar{b}_i)}{\beta_i(r_a, \bar{b}_i)}$$

\bar{b}_i eşlenmiş parça dışındaki diğer parçaları içeren durum vektörüdür $\bar{b}_i = \{b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_p\}$. Parametre $k_3 \in \mathbb{Z}^+$ pozitif bir tamsayı seçilir. $\gamma : SE(2) \times \mathbb{R}^{2p-2} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu şimdiki konum ile hedef konum arasındaki Öklid uzaklığın karesi toplamıdır:

$$\gamma(r_a, \bar{b}_i) = \left\| r + d \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} - g_i \right\|^2 + \sum_{i \in P}^{j \neq i} \|b_j - g_j\|^2$$

$\beta_i : SE(2) \times \mathbb{R}^{2p-2} \rightarrow \mathbb{R}$, $\forall i \in P$ işlevi engelleri kodlar:

$$\beta_i(r_a, \bar{b}_i) = \prod_{j \in P}^{j \neq i} [\|r - b_j\|^2 - (\rho_r - \rho_j)^2]$$

$$\times \left[\left\| r + d \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} - b_j \right\|^2 - (\rho_i - \rho_j)^2 \right]$$

Robotun parça i 'yi taşıma hareketinin tanımı:

$$\dot{r}_a = -D_{r_a} \psi_i(r_a(t), \bar{b}_i(t))$$

2.3. Sonraki Parça

Robot rekabet halinde olan altgörevler arasından indeks değerli $h : \mathbb{R}^{2p} \rightarrow P$ fonksiyonu yardımıyla seçim yapar:

$$h(b) = \arg \max_{i \in P} \left\| \left(I_2 \otimes e_i^T \right) D_b \phi(b) \right\|$$

Bu fonksiyon b 'nin bileşenlerinden ϕ üzerinde en dik iniş yönüne sahip olanı seçer. $\phi : \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $\phi(b) = (\gamma^{k_1}(b)/\beta(b))$, $k_1 \in \mathbb{Z}^+$ olarak tanımlanır. $\gamma : \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ terimi $\gamma(b) = \|b - g\|^2$, payda $\beta : \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ parça çiftlerini engel fonksiyonu olarak belirtmektedir, $\beta(b) = \prod_{i \in P} \prod_{j \in P}^{j > i} \|b_i - b_j\|^2 - (\rho_i - \rho_j)^2$.

3. Durum ve Gözlem Modelleri

3.1. Robot Hareket Durum ve Gözlem Modeli

Robotun t anında durumu $r(t)$ ile ifade edilmektedir. η ve ν dinamik ve ölçüm gürültüsünü gösteriyor. Her iki gürültünün Gauss $\eta \sim N(0, \Sigma_\eta)$, $\nu \sim N(0, \Sigma_\nu)$ olduğu ve ortak değıtinti matrislerinin bilindiğı varsayılmıştır. Gürültülü ölçümler altında, *parça-eşle* aşaması durum dinamiğine gürültü dahil edilir:

$$\dot{r}(t) = -D_r \varphi_i(r(t), b(t)) + \eta(t)$$

parça-taşı aşamasında, benzer şekilde sistem dinamiği ile gürültü birleştirilir:

$$\dot{r}(t) = -D_{r_a} \psi_i(r_a(t), \bar{b}_i(t)) + \eta(t)$$

Ölçüm gürültüsünden dolayı, robot durum vektörü r doğrudan bilinemez. Artık, r durum vektörü yerine, bunun gürültülü hali olan z 'ye sahibiz.

$$z(t) = r(t) + \nu(t)$$

3.2. Parça Durum ve Gözlem Modeli

Parçalar robot tarafından taşınmadığı sürece sabit olduklarından, parçaların durum modeli doğrusaldır. Sistem modeli aşağıdaki gibidir:

$$\dot{\bar{b}}_i(t) = \eta(t)$$

Benzer şekilde, \bar{b}_i 'nin sadece gözlemlerine $z_{\bar{b}_i}$ sahibiz.

$$z_{\bar{b}_i}(t) = \bar{b}_i(t) + \nu(t)$$

4. Parçacık Süzgeç ile Belirsizlik Azaltımı

PS, MCMC (Markov Chain Monte Carlo) yöntemini ardışık olarak gerçekleştiren bir Bayes süzgecidir. Doğrusal olmayan ve/veya Gauss olmayan sistemlerde, sınırlı sayıda örnekler ve onlar ile ilişkilendirilmiş ağırlıklar kullanarak, sonsal oyf'ye yaklaşıklar [7]. $r(t) t = k\Delta t$ 'de ayrıştırılarak r_k elde edilir. PS kullanılarak r_k 'nin kestirimi olan \hat{r}_k hesaplanır. Bu $z(t)$ 'den örnekler, z_k , alarak $p(r_k|z_k)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna yinelemeli bir yaklaşımla yakınsamayla sağlanır. İki aşama vardır: öngörü ve güncelleme. Öngörü aşamasında, \hat{r}_k önceki gözlemlerden kestirilir. Ardından, $p(r_k|z_k)$ sonsal oyf elde edilen yeni ölçümlerle güncellenir. Sonsal dağılım her k zaman için N tane parçacık $\{r_k^i | i = 1, \dots, N\}$ ve her parçacığın ağırlığı w_k^i ile temsil edilir:

$$p(r_k|z_k) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(r_k - r_k^i) \quad (1)$$

$N \rightarrow \infty$ giderken, gerçek sonsal oyf'na yakınsanır [7]. Önem örnekleme kullanılarak ve normalize edilerek ağırlıklar güncellenir:

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{p(z_k|r_k^i)p(r_k^i|r_{k-1}^i)}{q(r_k^i|r_{0:k-1}^i, z_{0:k})} \quad (2)$$

Durum denklemi, durum geçiş olasılığını $p(r_k|r_{k-1})$ tanımlamaktadır. Ölçüm denklemi ise olabirliği $p(z_k|r_k)$ belirtmektedir. $q(r_k^i|r_{0:k-1}^i, z_{0:k})$ ise önem veya öneri yoğunluk fonksiyonunu temsil etmektedir. Performans açısından bu fonksiyonun seçimi çok önemlidir. En iyi önem fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir [8]:

$$\begin{aligned} q(r_k|r_{0:k-1}^i, z_{0:k})_{opt} &= p(r_k|r_{k-1}^i, z_k) \\ &= \frac{p(z_k|r_k, r_{k-1}^i)p(r_k|r_{k-1}^i)}{p(z_k|r_{k-1}^i)} \end{aligned} \quad (3)$$

Bu önem fonksiyonu ağırlıkların değişimlerini $r_{0:k-1}$ ve $z_{0:k}$ 'ye koşullu olarak en aza indirger [10]. $p(r_k|r_{k-1}^i, z_k)$

Tablo 1: Ardışıl Önem Tekarr-örnekleme PS

1. İklendirme
 $r_k^i \sim N(r_k^i; z_0, \Sigma_\nu)$, $i = 1, \dots, N$
2. Optimal önem dağılımdan örnekleme
 $r_k^i \sim N(r_k^i; m_k, \Sigma_k)$, $i = 1, \dots, N$
Parçacıklara ağırlık ata, w_k^i
3. Normalize edilmiş önem ağırlıklarını hesapla
 $w_k^i = \tilde{w}_k^i / \text{TOPLA}[\{\tilde{w}_k^i\}_{i=1}^N]$
4. Etkin örnekleme değerini N_{etkin} hesapla
5. EĞER $N_{etkin} < N_{esik}$
Tekrar-örnekleme yap
 $\{r_k^i, w_k^i\}_{i=1}^N = \text{T-Ö}[\{r_k^i, w_k^i\}_{i=1}^N]$
6. Kestirim yap \hat{r}_k
7. Kestirilmiş \hat{r}_k kullanarak sistemin benzetimini yap
8. Adım-2'ye git

yoğunluk fonksiyonundan örnekleme yapılabilmesi ve $p(z_k|r_{k-1}^i)$ 'nin hesaplanabilmesi gerekmektedir. Durum ve gözlem modellerindeki gürültülerin Gauss $\eta \sim N(0, \Sigma_\eta)$, $\nu \sim N(0, \Sigma_\nu)$ olduğu ve ortak değişinti matrislerinin bilindiği varsayımı altında, en iyi önem yoğunluk fonksiyonu $p(r_k|r_{k-1}^i, z_k)$ ve $p(z_k|r_{k-1})$ Gauss dağılımlıdır:

$$\begin{aligned} p(r_k^i|r_{k-1}^i, z_k) &= N(r_k^i; m_k, \Sigma_k) \\ \Sigma_k^{-1} &= \Sigma_\eta^{-1} + \Sigma_\nu^{-1} \\ m_k &= \Sigma_\eta (\Sigma_\eta^{-1} f_{k-1} + \Sigma_\nu^{-1} z_k) \\ p(z_k|r_{k-1}^i) &= N(z_k; f_{k-1}, \Sigma_\eta + \Sigma_\nu) \end{aligned} \quad (4)$$

$$f_k = \begin{cases} -\int D_r \varphi_i(r_k, b_k) dt & \text{eğer durum} = \text{parça} - \text{eşle} \\ -\int D_{r_a} \psi_i(r_{a_k}, \bar{b}_{i_k}) dt & \text{eğer durum} = \text{parça} - \text{taşı} \end{cases}$$

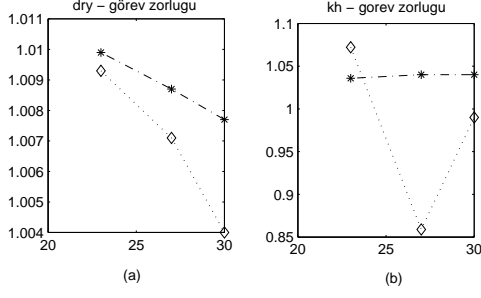
Denklem (3)'te ifade edilen önem fonksiyonu denklem (2)'de yerine koyulur:

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i p(z_k|r_{k-1}^i) \quad (5)$$

k anında ağırlıklar hesaplanır ve parçacıklar k anına yayılmadan önce, ağırlıklar $\sum_i w_k^i = 1$ olacak şekilde normalize edilir. Eğer gereklyse, $p(r_k|z_k)$ 'den bağımsız özdeşçe dağılmış örnekler elde edebilmek için tekrar-örnekleme yapılabilir. PS'in sözde program tanımı Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'in 5. aşamasındaki tekrar-örnekleme (T-Ö) yapılmazsa, yozlaşma olayı olarak bilinen parçacıkların çoğunun 0'a yakınsaması yaşanacaktır. Bundan dolayı, süzgeç artık gürültülü gözlemlerden \hat{r}_k 'i kestiremeyecektir. Yozlaşma belli bir seviyeye geldiğinde, yani N_{etkin} değeri eşik seviyesinin N_{esik} altına düştüğünde, parçacıklar üzerinde tekrar-örnekleme yapılır. [15]'da verilen etkin örnek değerinin N_{etkin} yaklaşık değeri:

$$N_{etkin} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_k^i)^2} \quad (6)$$

Tekrar-örnekleme aşamasında, N parçacık $\{r_k^i\}_{i=1}^N$ 'den w_k^i olasılık ile alınır. 5. aşamada sistematik tekrar örnekleme [7] kullanılmıştır.



Şekil 1: Performans ölçütleri - görev zorluğu, düşük gürültü

5. Deneysel

İlk olarak yaklaşımımızın başarımı bir dizi benzetim ile değerlendirilmiştir. Bu çalışmalarda 6 parça kullanılmıştır. Her bir deney için 10 rasgele başlangıç düzenleme kullanıldı. Görev zorluğu parçaların hedef konumlarının ne kadar yakın olacağı ile ölçülmektedir ve $zorluk = (100 \binom{p}{2} / \log \beta)$, sayıl işlev $\beta = \prod_{(i,j) \in P} [\|g_i - g_j\|^2 - (\rho_i - \rho_j)^2]$ olarak tanımlanır [2]. Bu $zorluk$ ölçütüne bağlı olarak, $zorluk = 23$ için kolay (K), $zorluk = 26$ için orta (O) ve $zorluk = 30$ için zor (Z) olmak üzere görev zorluğu üç sınıfa ayrılmıştır. Ölçüm gürültü seviyesi işaret-gürültü oranına (SNR-Signal to Noise Ratio) göre düşük gürültü (değişinti= 0.2), orta gürültü (değişinti= 1.0) ve yüksek gürültü (değişinti= 5.0) olarak belirlenmiştir. Dinamik gürültü değışintisi 0.06'dır. Başarımı değerlendirebilmek için, önce farklı gürültü seviyelerinde süzgeç kullanmadan deneyler yapıldı. Ardından, deneyler 100 parçacık sayısı için tekrarlandı. Başarım ölçütü için: düzgelemlenmiş robot yolu (dry) ve konumsal hata (kh) kullanılmıştır. dry ve kh değerleri gürültüsüz durumdaki değerler ile normalize edilmiştir. Bundan dolayı, bunların değerlerinin 1'e yakın olması ideal şartlardaki başarıma benzerliği göstermektedir. Bu ölçütler aşağıda verilmiştir:

Düzgelemlenmiş robot yolu (dry):

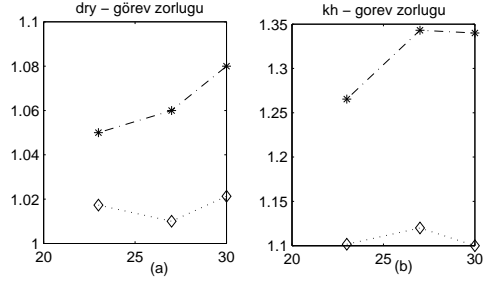
$$dry = \frac{\int_0^{t_f} \|\dot{r}_i(t)\| dt}{\sum_{i \in P} \|r(0) - b_i(0)\| - (\rho_i + \rho_r) + \sum_{(i,j) \in P} \|g_i - g_j\|} \quad (7)$$

Burada t_f görev süresini temsil etmektedir.

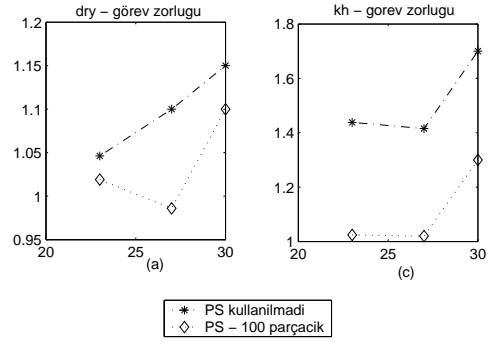
Konumsal hata (kh):

$$kh = \frac{1}{p} \sum_{i \in P} \frac{1}{\rho_i} \|b_i(t_f) - g_i\| \quad (8)$$

Şekillerde, her veri noktası tekrarlanan 10 deneyin ortalamasıdır. Her döngü adımında, kurtosis 1.5 ile 2 arasında değişen değerler almaktadır. Dolayısıyla, sonsal oyf süper Gauss dağılımına sahiptir. Bu, yüksek dereceden doğrusal olmayan sistemimizde geleneksel Kalman süzgeçlerinden yararlanılamayacağını gösterir. Düşük gürültü seviyesinde, PS kullanılarak küçük bir ilerleme gözlenmektedir. Görev zorluğunun artmasıyla başarımda değışim olmuyor. Orta ve yüksek seviyedeki gürültülerde, dry ve kh değerlerinde dikkate değer bir düşüş gözlenmektedir.



Şekil 2: Performans ölçütleri - görev zorluğu, orta gürültü



Şekil 3: Performans ölçütleri - görev zorluğu, yüksek gürültü

6. Kestirim Başarısının Kuramsal Analizi

Sistem dinamiği ayrık zamanda τ zaman adımı ile Euler yaklaşılması kullanılarak elde edildi.

$$r_{k+1} = f(r_k) + \eta_k \quad (9)$$

Burada f işlevi şu şekilde tanımlanır:

$$f(r_k) = \begin{cases} r_k - \tau D_r \varphi_i(r_k, b_k) & , \text{parça - eşle} \\ r_{a_k} - \tau D_{r_a} \psi_i(r_{a_k}, \bar{b}_{i_k}) & , \text{parça - taşı} \end{cases}$$

Bir kestirici veya süzgecin kuramsal başarımının bilinmesi önemlidir. Doğrusal olmayan süzgeç için elde edilebilecek en iyi hata başarımı Cramer-Rao alt sınırı (CRAS) kullanılarak tanımlanabilir. Hata ortak değışinti matrisi \mathbf{J} CRAS Fisher bilgi matrisinin tersidir. Sistem dinamiğindeki gürültü az olduğundan, bu gürültü ihmal edilerek ilgili matris aşağıdaki forma indirgenir ve özyineli olarak şu şekilde hesaplanır [16]:

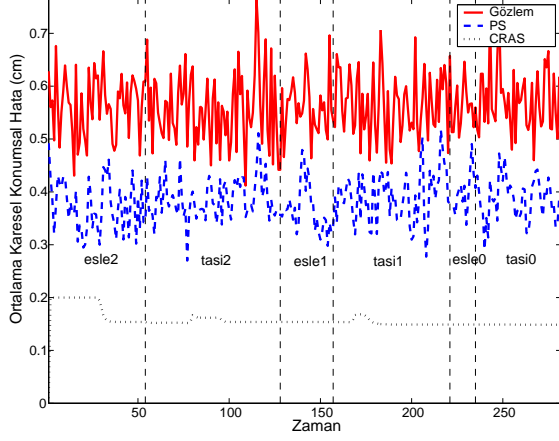
$$\mathbf{J}_{k+1} = \left(\tilde{\mathbf{F}}_k^{-1} \right)^T \mathbf{J}_k \tilde{\mathbf{F}}_k^{-1} + \Sigma_m^{-1} \quad (10)$$

$\tilde{\mathbf{F}}_k$, f işlevinin gerçek r_k 'de hesaplanan Jacobian matrisidir.

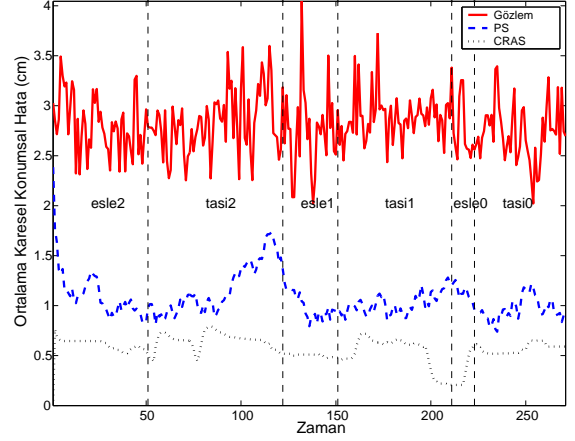
$$\tilde{\mathbf{F}}_k = \left[\nabla_{r_k} \mathbf{f}^T(r_k) \right]^T \quad (11)$$

r_k durum vektörü bileşenlerinin CRAS değeri, \mathbf{J} bilgi matrisinin tersinin köşegen elemanlarıdır ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

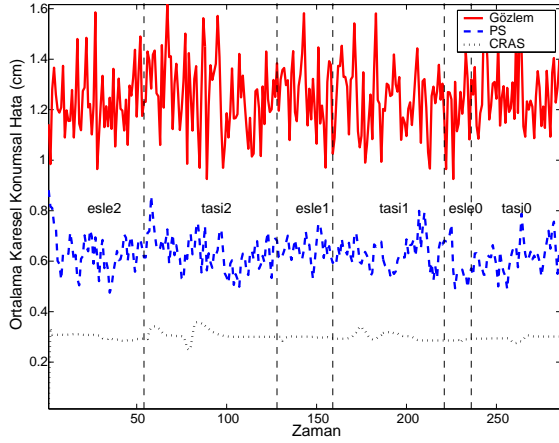
$$CRAS = \sqrt{\mathbf{J}_k^{-1}[1, 1] + \mathbf{J}_k^{-1}[2, 2]} \quad (12)$$



Şekil 4: CRAS - PS, düşük gürültü



Şekil 6: CRAS - PS, yüksek gürültü



Şekil 5: CRAS - PS, orta gürültü

$\mathbf{J}_k^{-1}[i, j]$, bilgi matrisinin tersinin ij .inci elemanı göstermektedir.

Şekil 4, 5 ve 6'da görüldüğü gibi PS yüksek gürültüde alt sınıra daha çok yaklaşmıştır. Bu sonuçlar görev zorluğu zor ve 3 parçalı düzenleşim ve parçacık sayısı 100 kullanılarak elde edilmiştir. Şekillerde görüldüğü üzere PS, gürültünün artmasıyla iyileştirme oranında bir azalma olmamaktadır. Bu da PSlerin gürültüye karşı kararlılığını göstermektedir. *parça-taşı* aşamasındaki CRAS seviyesi *parça-eşle* aşamasında elde edilenden daha çok pürüzlüdür. Bu, *parça-taşı* aşamasındaki sistem dinamiğinin *parça-eşle* aşamasındakinden daha karmaşık olmasından kaynaklanmaktadır.

7. Sonuçlar

Bu çalışmada, algı hatası durumunda, parça yerleştirme probleminin geri-beslemeli hali gerçekleştirilmiştir. 2 boyutlu ortamda bulunan robot parçaları istenilen hedef konumlara ulaştırmaya çalışmaktadır. Parçaların konumlarında değişiklikler olabileceğinden, yapay potansiyel fonksiyonlara ve işbirlikli

oyuna dayalı geri-beslemeli bir yaklaşım kullanılmıştır. Önceki çalışmadan farklı olarak, algısal verinin tam olduğu varsayımı yapılmamıştır. Dinamik ve ölçüm modellerine gürültü eklenerek yeniden düzenlenmiştir. Elde edilen sistem hem doğrusal olmayan hem de doğrusal parçaya sahiptir. Durumlar parçacık ve Kalman süzgeç kullanarak kestirilmiştir. Deneyler ve CRAS kuramsal analiz robotun hareketlerinde ve konumsal hatada iyileşme olduğunu göstermektedir.

8. Teşekkür

Bu çalışma Boğaziçi Üniversitesi 05A202 kodlu BAP Projesi ve DPT 03K120250 tarafından desteklenmiştir. İlk yazara TÜBİTAK-BAYG programından burs sağlanmıştır.

9. Kaynakça

- [1] J.E. Hopcroft, J.T. Schwartz ve M. Sharir, *On the complexity of motion planning for multiple independent objects: PSPACE-hardness of the warehouseman's problem*, Int.J. Robot. Res., Vol. 3, No. 4, sf. 76-88, 1984.
- [2] C.S. Karagöz, H.I. Bozma ve D.E. Koditschek, *Feedback-based event-driven parts moving*, IEEE Trans. Robotics, Vol 20, No. 6, sf. 1012-1018, 2004.
- [3] O. Khatib, *Real Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots*, Int. J. of Robotics Research, Vol. 5, No. 1, sf. 90-99, 1986.
- [4] D.E. Koditschek, *The Application of Total Energy as a Lyapunov Function for Mechanical Control Systems*, in *Control Theory and Multibody Systems*, American Mathematical Society, sf. 131-158, 1989.
- [5] E. Rimon ve D.E. Koditschek, *Exact Robot Navigation Using Artificial Potential Functions*, IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.8, No.5, sf. 501-518, 1992.
- [6] H. I. Bozma ve D. E. Koditschek, *Assembly as a Non-cooperative Game of its Pieces: Analysis of 1D Sphere Assemblies*, Robotica, Vol. 19, sf. 93-108, 2001.

- [7] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon ve T. Clapp, *A tutorial on particle filters for online non-linear/non-Gaussian Bayesian tracking*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 50, no. 2, sf. 174-188, 2002.
- [8] A. Doucet, S. Godsill ve C. Andrieu, *On Sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering*, Statistics and Computing, Vol. 10, No. 3, sf. 197-208, 2000.
- [9] B. Rystic, S. Arulampalam, N. Gordon, *Beyond Kalman Filter particle Filter for Tracking Applications*, Artech House, Boston, 2004.
- [10] F. Dellaert, D. Fox, W. Burgard ve S. Thurn, *Monte Carlo localization for mobile robots*, Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 1999.
- [11] S. Thrun, *Particle Filters in Robotics*, Proc. UAI, sf. 511-518, 2002.
- [12] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, J. Jansson, R. Karlsson ve P. Nordlund, *Particle Filters for Positioning, Navigation and Tracking*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 50, No. 2, sf. 425-437, 2002.
- [13] H. Bayram, A. Ertüzün ve H.I. Bozma, *Reactive Rearrangement of Parts under Sensor Inaccuracy: Particle Filter Approach*, Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), sf. 2029-2034, 2006.
- [14] H. Bayram, A. Ertüzün ve H.I. Bozma, *Doğrusal Olmayan Sistemlerdeki Algılama Belirsizliğinin Parçacık Süzgeçler ile Azaltılması*, 14. IEEE Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı (SIU), 2006.
- [15] J.S. Liu ve R. Chen, *Sequential Monte Carlo Methods for Dynamical Systems*, J. Amer. Statist. Assoc., Vol. 93, sf. 1032-1044, 1998.
- [16] A. Doucet, N. de Freitas ve N. Gordon, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Spinger Verlag, 2001.